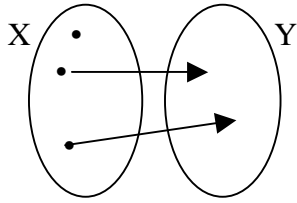


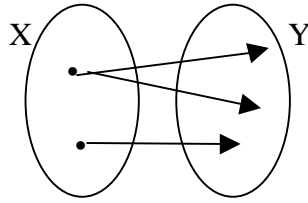
2. FUNKCJA - zadania

Zad.2.1. Który graf przedstawia funkcję?

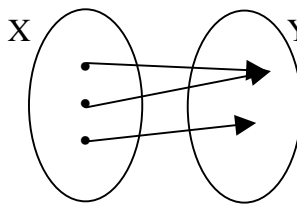
a)



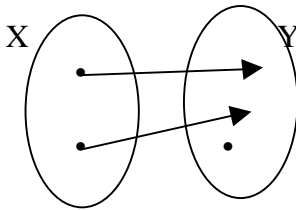
b)



c)

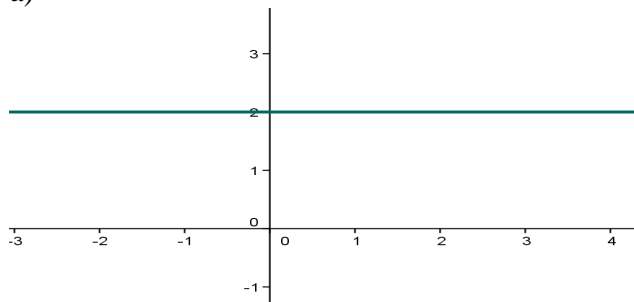


d)

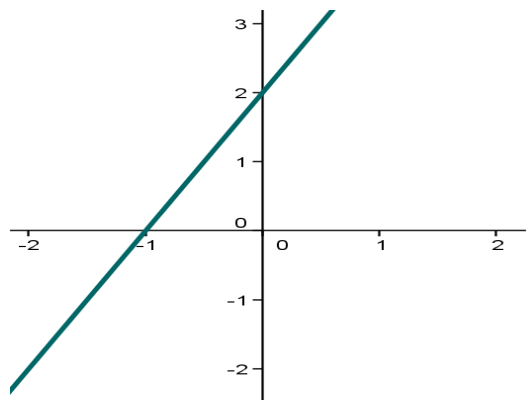


Zad.2.2. Który wykres jest wykresem funkcji?

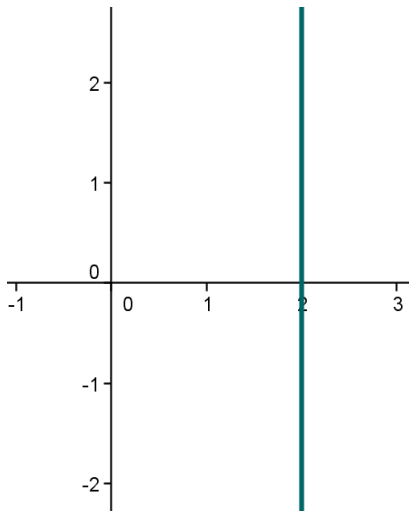
a)



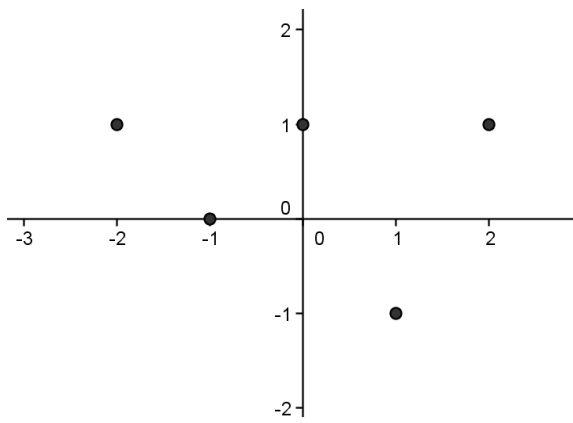
b)



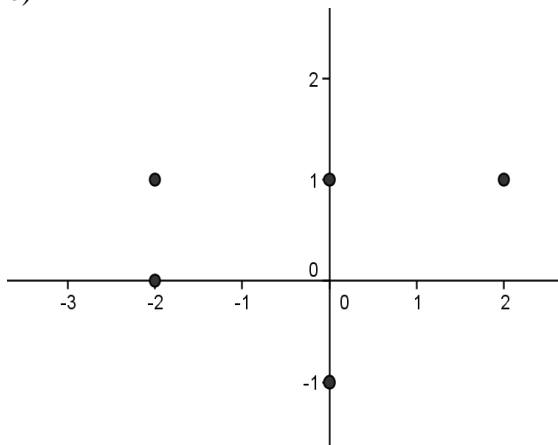
c)



d)



e)

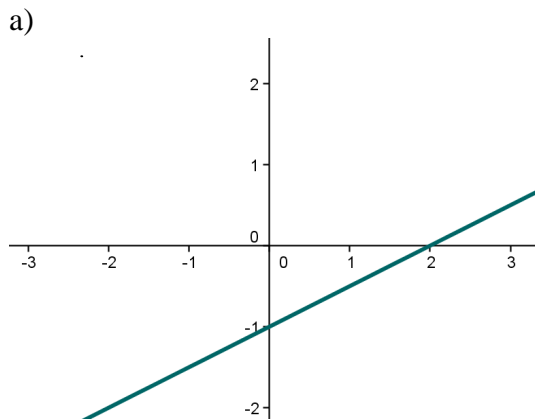


Zad.2.3. Funkcja określona jest tabelką:

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|---|----|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 3 | 2 |

- Wymień wszystkie ujemne argumenty tej funkcji.
- Odczytaj wartość funkcji dla argumentu -3 oraz dla argumentu 2.
- Czy punkt A(-2,1) należy do wykresu funkcji?
- Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartość 1?
- Narysuj wykres funkcji.

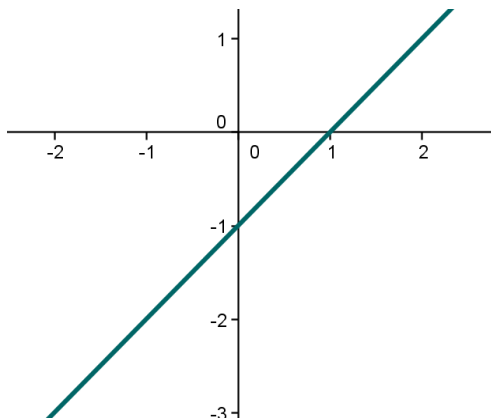
Zad.2.4. Dla jakich argumentów wartości funkcji są równe -1 ?



b) $f(x) = 2x + 6$

Zad.2.5. Dla jakich argumentów wartości funkcji są niedodatnie?

a)

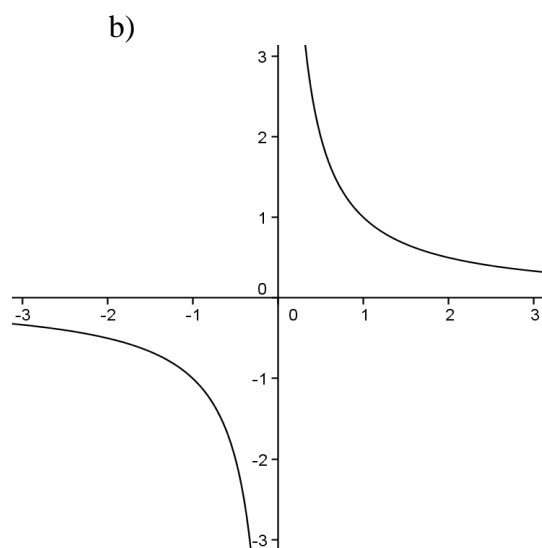
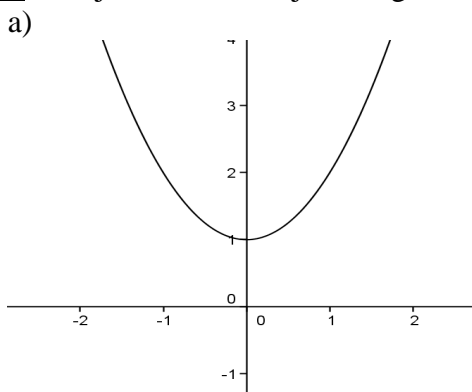


b) $f(x) = -x + 3$

Zad.2.6. Dla jakich argumentów wartości funkcji są większe od 4?

a) $y = 3x - 6$ b) $y = |5 - x|$

Zad.2.7. Podaj wartość funkcji dla argumentu równego 0.



c) $y = 2x + 5$ d) $y = \frac{2-x}{x}$

Zad.2.8. Oblicz $f(0)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(4)$ jeśli:

a) $f(x) = 2x + 1$ b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ c) $f(x) = \frac{2x}{x-4}$ d) $f(x) = \sqrt{x}$
e) $f(x) = |x-1|$ f) $f(x) = \frac{2-x}{\sqrt{x}}$

Zad.2.9. Określ dziedzinę funkcji:

a) $y = 2x$ b) $y = \frac{x}{2}$ c) $y = \frac{2}{x}$ d) $y = 2$ e) $y = \frac{x+2}{2x-1}$
f) $y = \sqrt{2-3x}$ g) $y = \frac{x+1}{\sqrt{2x-3}}$ h) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{2-x}$
i) $y = \frac{2x+1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ j) $y = \frac{2-x}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{x}$

Zad.2.10. Sprawdź, czy punkty A, B, C należą do wykresu funkcji f .

a) $f(x) = 2x - 3$ $A = (1, -1); B = (0, 3); C = (-1, 1)$
b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ $A = (2, 0); B = \left(0, -\frac{1}{2}\right); C = (\sqrt{5}, 2 + \sqrt{5})$
c) $f(x) = x^2 - 1$ $A = (0, 1); B = (1, 0); C = (-1, 0)$
d) $f(x) = \sqrt{x}$ $A = (4, 2); B = (2, 4); C = (-1, 1)$

Zad.2.11. Wyznacz brakujące współrzędne punktów:

$A = (4, y); B = (x, 0); C = (x, -3); D = (2, y)$ wiedząc, że należą do wykresu funkcji:

a) $y = 5 - x$ b) $y = x^2$ c) $y = \sqrt{x}$ d) $y = |x|$

Zad.2.12. Sprawdź, czy liczba -1 jest miejscem zerowym funkcji f , jeśli:

a) $f(x) = 2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$ c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ d) $f(x) = x^2 - 1$
e) $f(x) = |x| + 1$ f) $f(x) = \frac{x^2 + x}{1 + x}$

Zad.2.13. Znajdź miejsca zerowe funkcji:

a) $f(x) = 3x - 12$ b) $f(x) = \sqrt{x+1}$ c) $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$ d) $f(x) = \frac{x^2-1}{1-x}$
e) $f(x) = \frac{1}{x}$ f) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}$

Zad.2.14. Wykres pewnej funkcji przecina oś OX w punkcie $(-2, 0)$,

a oś OY w punkcie $(0, -4)$. Jaka liczba jest miejscem zerowym tej funkcji?

Zad.2.15. Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych, jeśli:

a) $f(x) = 2 - 5x$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$ c) $f(x) = \sqrt{x-1}$ d) $f(x) = |x+1|$

Zad.2.16. Narysuj wykres funkcji:

a) $f(x) = 2x + 1 \quad x \in \langle -3, 5 \rangle$

b) $f(x) = 2 - 5x \quad x \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

c) $f(x) = |2x + 1| \quad x \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 \dots \text{dla} \dots x \in (-\infty, 0) \\ 3 \dots \text{dla} \dots x \in \langle 0, 2 \rangle \\ x + 1 \dots \text{dla} \dots x \in (2, +\infty) \end{cases}$

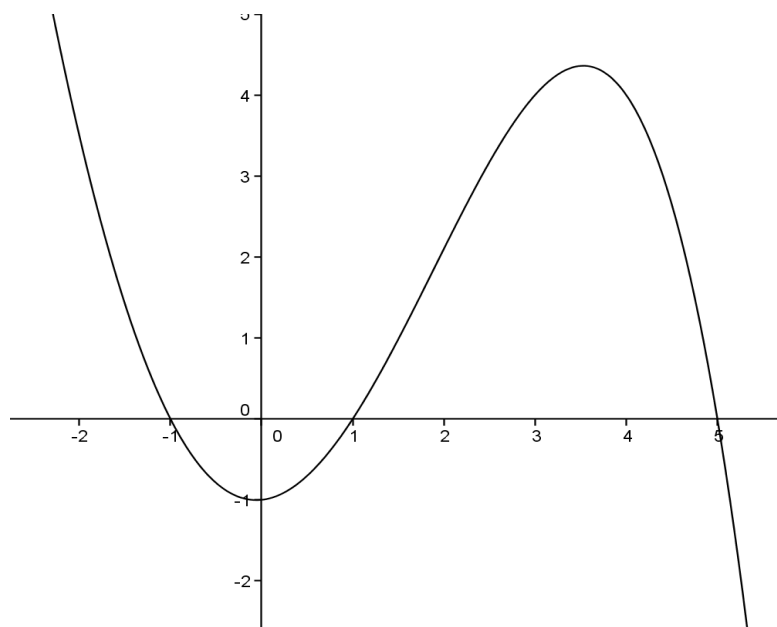
e) $f(x) = \begin{cases} 2 - x \dots \text{dla} \dots x < 3 \\ x \dots \text{dla} \dots x \geq 3 \end{cases}$

Określ zbiory wartości powyższych funkcji.

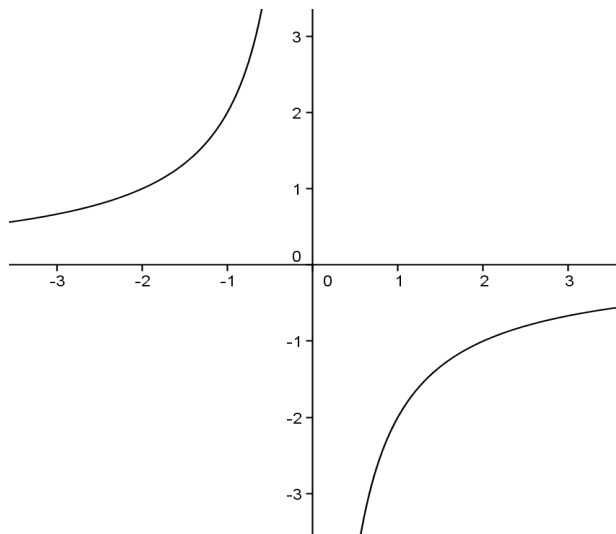
Zad.2.17. Z wykresów funkcji odczytaj ich własności:

- dziedzina
- zbiór wartości
- miejsca zerowe
- przedziały monotoniczności
- dla jakich argumentów wartości funkcji są ujemne, a dla jakich dodatnie
- wartość najmniejszą i wartość największą funkcji
- współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych

A)



B)



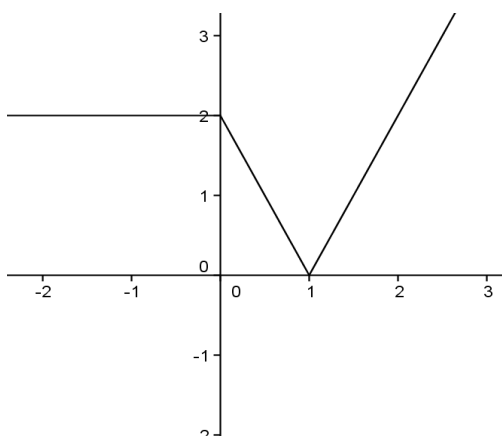
Zad.2.18. Narysuj wykres funkcji $y = |x|$, a następnie podaj jej najmniejszą i największą wartość dla:

- a) $x \in (-\infty, 0)$ b) $x \in \langle -3, 2 \rangle$ c) $x \in \langle 2, 3 \rangle$

Zad.2.19. Narysuj wykres funkcji $y = 2x + 1$, a następnie przekształć go przez:

- a) symetrię względem osi OX
b) symetrię względem osi OY
c) przesunięcie o wektor $[-1, 4]$.
Napisz wzór otrzymanej funkcji.

Zad.2.20. Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$



Wykonując odpowiednie przekształcenie narysuj wykres funkcji:

- a) $y = -f(x)$ b) $y = f(-x)$ c) $y = |f(x)|$ d) $y = f(x-1) + 2$
e) $y = f(x) + 3$ f) $y = f(x+3)$

Zad.2.21. Narysuj wykres funkcji f . Wykonując odpowiednie przekształcenie wykresu funkcji f narysuj wykres funkcji g .

a) $f(x) = x^2$ $g(x) = (x-2)^2 + 1$

b) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = \sqrt{-x}$

c) $f(x) = |x|$ $g(x) = -|x|$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$

Zad.2.22. Podaj wzór funkcji, której wykres powstał przez przesunięcie wykresu funkcji

$y = \sqrt{x}$ o wektor:

a) $[0,5]$ b) $[-1,0]$ c) $[1,2]$ d) $[-2,-4]$

Odpowiedzi:

Zad.2.1. funkcję przedstawia graf: c) d)

Zad.2.2. wykresem funkcji jest: a) b) d)

Zad.2.4. a) $y = -1 \Leftrightarrow x = 0$ b) $y = -1 \Leftrightarrow x = -3\frac{1}{2}$

Zad.2.5. a) $y \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$ b) $y \leq 0 \Leftrightarrow x \in \langle 3, 0$

Zad.2.6. a) $y > 4 \Leftrightarrow x \in \left(3\frac{1}{3}, +\infty \right)$ b) $y > 4 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (9, +\infty)$

Zad.2.7. a) $x = 0 \Rightarrow y = 1$ b) $x = 0 \Rightarrow y \in \emptyset$

c) $x = 0 \Rightarrow y = 5$ d) $x = 0 \Rightarrow y \in \emptyset$

Zad.2.8. a) $f(0) = 1; f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0; f(4) = 9$

b) $f(0) = 1; f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{4}; f(4) = 9$

c) $f(0) = 0; f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{9}; f(4) \in \emptyset$

d) $f(0) = 0; f\left(-\frac{1}{2}\right) \in \emptyset; f(4) = 2$

e) $f(0) = 1; f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}; f(4) = 3$

f) $f(0) \in \emptyset; f\left(-\frac{1}{2}\right) \in \emptyset; f(4) = -1$

Zad.2.9. a) $D: x \in \mathbf{R};$ b) $D: x \in \mathbf{R};$ c) $D: x \in \mathbf{R} / \{0\};$

d) $D: x \in \mathbf{R};$ e) $D: x \in \mathbf{R} / \left\{ \frac{1}{2} \right\};$ f) $D: x \in \left(-\infty, \frac{2}{3} \right);$

g) $D: x \in \left(1\frac{1}{2}, +\infty \right);$ h) $D: x \in \langle -1, 2 \rangle;$

i) $D: x \in \mathbf{R} / \{1, -1\};$ j) $D: x \in (3, +\infty)$

Zad.2.10. a) $A \in \text{wykres } f$; b) $B, C \in \text{wykres } f$; c) $B, C \in \text{wykres } f$; d) $A \in \text{wykres } f$

Zad.2.11. a) $A = (4,1); B = (5,0); C = (8,-3); D = (2,3)$

b) $A = (4,16); B = (0,0); C \notin \text{wykres}; D = (2,4)$

c) $A = (4,2); B(0,0); C \notin \text{wykres}; D = (2, \sqrt{2})$

d) $A = (4,4); B = (0,0); C \notin \text{wykres}; D = (2,2)$

Zad.2.12. -1 jest miejscem zerowym funkcji f dla a) d)

Zad.2.13. a) $y = 0 \Leftrightarrow x = 4$; b) $y = 0 \Leftrightarrow x = -1$; c) $y = 0 \Leftrightarrow x = 2$; d) $y = 0 \Leftrightarrow x = -1$

e) $y = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$; f) $y = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

Zad.2.15. a) z osią OX: $(\frac{2}{5}, 0)$; z osią OY: $(0, 2)$

b) brak punktów przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych

c) z osią OX: $(0, 1)$; z osią OY: brak

d) z osią OX: $(-1, 0)$; z osią OY: $(0, 1)$

Zad.2.18. a) $y_{\max(-\infty, 0)}$ brak; $y_{\min(-\infty, 0)} = 0$

b) $y_{\max(-3, 2)} = 3$; $y_{\min(-3, 2)} = 0$

c) $y_{\max(2, 3)} = 3$; $y_{\min(2, 3)} = 2$

Zad.2.19. a) $y = -2x - 1$; b) $y = -2x + 1$; c) $y = 2x + 7$;

Zad.2.22. a) $y = \sqrt{x} + 5$; b) $y = \sqrt{x+1}$; c) $y = \sqrt{x-1} + 2$; d) $y = \sqrt{x+2} - 4$